

# ТЕОРИЯ БИЛЬЯРДНОЙ ИГРЫ.

---

РУКОВОДСТВО ДЛЯ ЖЕЛАЮЩИХ СДѢЛАТЬСЯ  
ПЕРВОКЛАССНЫМИ ИГРОКАМИ.

---

*Съ таблицею чертежей.*

---

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.  
ВЪ ТИПОГРАФИИ ОДУАРДА ПРАЦА.

—  
1847.

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ

съ тѣмъ, чтобы по напечатаніи представлено  
было въ Цензурный Комитетъ узаконенное число  
экземпляровъ. С. Петербургъ. Октября 1-го дня,  
1847 года.

Цензоръ *А. Пикитенко.*

## ПРЕДИСЛОВІЕ.



Со времени изобрѣтенія эластическихъ кіевъ, снабженныхъ на концѣ кожанною паставкою, бильярдъ выступилъ изъ ряда игръ, требующихъ только механическаго навыка. Всѣ были поражены изумленіемъ, озадачены до послѣдней степени, когда явился на поприщѣ бильярда Менго (Mingaud), вооруженный усовершенствованнымъ кіемъ. Всѣ законы движенія были, казалось, испровергнуты: шары начали описывать кривыя линіи; едва докатывались до борта, отскакивать отъ него съ неожиданною силою; вдругъ,

среди быстрого бѣга, сами собою останавливаться посреди бильярда и возвращаться назадъ. Это дѣйствительно походило на чудо; а между тѣмъ нѣтъ ничего естественнѣе, и чудо это совершилъ ничтожный кусочекъ кожи.

Теперь для совершеннаго игрока не существуетъ невозможной билии. Шаръ у него въ полной власти, и повинуется ему какъ существо живое — лишь бы только игрокъ умѣлъ приказывать.

Это практическое усовершенствованіе сдѣлало необходимымъ для бильярднаго игрока теоретическое знаніе законовъ движенія шаровъ на бильярдѣ. Прежде, когда шары бѣгали только по прямымъ линіямъ, можно было посредствомъ одного

навыка достигнуть высокой степени совершенства въ игрѣ. Теперь безъ знанія этихъ законовъ нельзя возвыситься надъ посредственностью. Какъ ни велика была бы пріобрѣтенная игрокомъ ловкость, теорія всегда ее удвоитъ.

Цѣль этой книжки — изложить кратко и удобопонятно законы движенія тѣлъ вообще, и въ особенности шаровъ на бильярдѣ, и сообщить важнѣйшія практическія правила. По этому и сочиненіе раздѣлено на часть практическую и теоретическую.

---

# ОГЛАВЛЕНІЕ.

—

## Предисловіе.

### *I. Часть практическая.*

	Стран.
1) О бильярдѣ и его принадлежностяхъ.	1
2) Практическія правила.	
а) Позиція игрока.	5
б) Условія хорошаго удара кіемъ .	6
3) О различныхъ вліяніяхъ удара кіемъ	8
а) Обратное дѣйствіе кія.	—
б) Боковой ударъ	11
в) Ударъ вверхъ шара .	14
г) Ударъ въ шара при бортѣ .	16
е) Contre-coup	17

### *II. Часть теоретическая.*

1) О движеніи вообще	20
2) О столкновеніи или ударѣ .	25
А. Прямой ударъ	26

	Стран.
1) Тѣлъ неупругихъ	27
2) Тѣлъ упругихъ .	33
В. Косвенный ударъ	44
1) Тѣлъ неупругихъ	—
2) Тѣлъ упругихъ .	46
3) О движеніи шаровъ на бильярдѣ .	51
1) О криволинейномъ движеніи шара.	56
2) О горизонтальномъ ударѣ кія .	58
3) О наклонномъ ударѣ кія .	63
4) О движеніи шара послѣ перваго и втораго удара о другой шаръ .	66
5) О движеніи шара послѣ перваго и втораго удара о борть .	77



# I. ЧАСТЬ ПРАКТИЧЕСКАЯ.

---

## 1) БИЛЬЯРДЪ И ЕГО ПРИНАДЛЕЖНОСТИ.

Мы не будемъ останавливаться на вещахъ всѣмъ извѣстныхъ; укажемъ только на то, что не всякій знаетъ. Лучшій размеръ бильярда 6 футовъ ширины и 12 длины. Тогда линия отъ одной угольной лузы до другой вкось черезъ длину бильярда будетъ въ  $13\frac{2}{6}$  фута, линия отъ средней лузы вкось къ угольной  $8\frac{1}{2}$  футовъ, а площадь всего бильярда 72 квадратныхъ фута.

Доска бильярда, покрытая сукномъ, дѣлается изъ мрамора, желѣза, и другихъ матеріаловъ; но всего чаще изъ дерева. Этотъ матеріалъ лучше прочихъ, если



только дерево уже не садится. Оно должно быть очень твердо и сухо, и доска бильярда должна быть склейная, изъ очень маленькихъ кусочковъ.

Главное достоинство *сукна* на бильярдаѣ — тонкость и ровность. Грубое сукно оказываетъ слишкомъ сильное треніе на шары и требуетъ отъ игрока много силы, а узлы въ ткани легко измѣняютъ направление шаровъ.

*Борты* должны быть вышиною въ 3 дюйма, прямые, не слишкомъ твердые и не слишкомъ мягкіе, Главное достоинство ихъ — равная во всѣхъ точкахъ упругость.

Бильярдъ должно часто *поворять*; малѣйшія обстоятельства могутъ сдѣлать его невѣрнымъ, и тогда утонченная игра на немъ невозможна.

Важнѣйшая принадлежность бильярда — *кїя*. Достоинство кїя имѣетъ большое вліяніе на игру, не смотря на то, что

обыкновенно это обстоятельство считают не важнымъ. Важность кія возрастаетъ съ умѣньемъ игрока. Дурной игрокъ всегда играетъ дурно; но хорошій игрокъ съ хорошимъ кіемъ играетъ вдвое лучше. Очень полезно привыкнуть не къ слишкомъ тяжелому кію ( $1\frac{1}{4}$  фунтъ); тяжелый кіи утомляетъ руку; съ слишкомъ же легкимъ нельзя достаточно сообразить силу удара. Длина кія должна быть сообразна росту игрока.

Отъ толщины, округлости, мягкости или твердости *кожанной наставки* на концѣ кія зависятъ очень многое. Эта кожа должна быть не слишкомъ упруга (напр. резиновая наставка вовсе негодится), и округлена умѣренно. Слишкомъ выпуклый конецъ легко даетъ киксы; ловкій игрокъ произведетъ всѣ удары едва выгнутомъ на концѣ кіемъ.

Прямизна кія, само собою разумѣется, первое его достоинство. Но совершенно

прямой кій — рѣдкость; всегда есть въ немъ, къ концу, хоть маленькая кривизна, а это имѣетъ важное вліяніе на игру. Кій долженъ быть сухъ и легко скользить по рукѣ. Это зависитъ конечно и отъ сухости руки, но во всякомъ случаѣ кій не долженъ быть лакированъ. Его должно вѣшать въ сухомъ мѣстѣ, и всего лучше за тонкій конецъ, зацѣпивши его петлею. Толстый же конецъ наливаютъ свинцомъ; это даетъ возможность лучше управлять кіемъ.

Достоинство *шаровъ* заключается въ совершенно круглой формѣ и въ единообразной плотности массы. Величина же бываетъ различная, смотря по роду игры или по вкусу игроковъ. Напр., при обыкновенной игрѣ въ 5 шаровъ, два діаметра шара должны быть больше ширины лузы, такъ, чтобы два шара не могли вкатыться въ нее рядомъ. Самые лучшие шары вытачиваются изъ средней части

зуба; они должны быть бѣлы, безъ щелей и тяжелы.

## 2) ПРАКТИЧЕСКІЯ ПРАВИЛА.

### ПОЗИЦІЯ ИГРОКА.

Хорошая позиція во время игры такъ важна, что безъ нея невозможно сдѣлать никакихъ успѣховъ. Пріучившійся къ неловкой, принужденной позиціи, никогда не дойдетъ до хорошей игры. Корпусъ должно держать непремѣнно прочь отъ бильярда хоть на нѣсколько вершковъ, смотря по своему росту; одна нога должна стоять прямо противъ бильярда, а другая образовать съ нею уголъ около  $45^{\circ}$ ; это самая твердая позиція. Руку должно держать вдали отъ тѣла, чтобы всѣ ея движенія были совершенно свободны. Изъ указательнаго и большаго пальца лѣвой руки дѣлается на сукіи подставка для окончности кія. Кисть

должна быть согнута для этого до половины, а конец кія не долженъ выдаваться дальше 5 — 6 дюймовъ за руку; иначе онъ легко начинаетъ колебаться въ сторону. Кисть правой руки должна образовать прямой уголъ съ локтемъ. Тѣло можно слегка склонить на лѣвую руку; это придастъ силы удару кія.

Одинъ изъ величайшихъ недостатковъ, котораго должно стараться избѣгать всеми силами, — участіе плеча въ ударѣ кіемъ. Многіе въ минуту удара выдвигаютъ впередъ плечо — (это слѣдствіе дурной позиціи) — и отъ этого никогда не могутъ играть порядочно.

#### УСЛОВІЯ ХОРОШАГО УДАРА КІЕМЪ.

Хорошій ударъ кіемъ — дѣло чрезвычайно важное. Ударъ долженъ быть свободный, непринужденный, такъ сказать круглый, а не угловатый. Часть руки отъ плеча до локтя должна оставаться

неподвижною ; движеніе должно быть сообщено кію только передней половиной руки, и въ особенности кистию. При сильномъ ударѣ передняя часть руки можетъ оказывать все свое вліяніе, но движенія кисти и руки все таки должны быть раздѣльны. Игрокъ, особенно начинающій, не долженъ спѣшить ударомъ, а прицѣливаться спокойно и по возможности въ средину шара. Есть однакоже и тутъ граница : прицѣливаясь слишкомъ долго, чаще терлешь, нежели приобретаешь вѣрность глазомѣра.

Сначала должно воздерживаться отъ сильныхъ ударовъ ; иначе трудно будетъ привыкнуть давать кію прямое и равномерное движеніе. Начинающій непрерывно долженъ начать съ ударовъ въ самый центръ шара, и упражняться на самыхъ легкихъ билияхъ. Для него всего важнѣе приобрести хорошій ударъ кіемъ, свободу движенія руки.

### 3) О РАЗЛИЧНЫХЪ ВЛІЯНІЯХЪ УДАРА КІЕМЪ.

Приобрѣтши хорошіи ударъ кіемъ вообще, можно приступить и къ изученію дѣйствіи его на шаръ. Теорія можетъ въ этомъ случаѣ только указать путь и цѣль, но остальное дополняетъ практика. Только навыкомъ приобретается, напр. чувство силы удара, оцѣнка упругости бортовъ и т. п.

Подробное математическое изъясненіе измѣненій, производимыхъ ударомъ кія въ движеніи шара, читатель найдетъ въ теоретической части этой книги. А здѣсь упомянемъ о главныхъ обстоятельствахъ, и въ особенности о томъ, что зависитъ въ этомъ дѣлѣ отъ умѣнья игрока.

#### ОБРАТНОЕ ДѢЙСТВІЕ КІЯ.

Если ударить кіемъ въ шаръ ниже его центра, то шаръ, подвигаясь впередъ,

вертится въ тоже время назадъ , и ударивши прямо въ другой шаръ , побѣжитъ обратно. Слѣдствія бываютъ очень различны, смотря по тому, на сколько ниже центра, или на сколько въ сторону пришелся ударъ. Очень ошибаются тѣ, которые думаютъ, что надо дать ударъ очень сильный, чтобы заставить шаръ откатиться назадъ. Напротивъ того, средній ударъ въ этомъ случаѣ гораздо дѣйствительнѣе. Главное условіе состоитъ въ томъ, чтобы держать кии горизонтально къ плоскости бильярда, ударить шаръ ниже центра, и сообщить рукѣ отскакивающее движеніе, что легче почувствовать, нежели объяснить словами. Плечо не должно принимать ни малѣйшаго участія въ этомъ движеніи. Если шары далеко одинъ отъ другаго, тогда, конечно, ударъ долженъ быть сильнѣе, дабы вращательное движеніе шара сохранилось на далекомъ протяженіи; сила этого уда-



ра сообщается шару преимущественно кистью.

Ударъ внизъ шара употребляется частью для избѣжанія такъ называемаго *contresoir*, частью для удержанія своего шара на известномъ мѣстѣ, частью для произведенія многихъ карамболей, которые прежде, до изобрѣтенія кожанной наставки на концѣ кія, считались совершенно невозможными. Если вы хотите заставить вашъ шаръ остановиться, при прямомъ ударѣ, на мѣстѣ столкновенія шаровъ, не для чего брать его слишкомъ низко; надо только дать острый кланшотъ, взявши шара почти въ самый центръ; при слишкомъ низкомъ ударѣ теряется сила. Тутъ все зависитъ преимущественно отъ движенія руки; хорошій игрокъ никогда не беретъ шара слишкомъ низко, и дѣлаетъ между тѣмъ превосходнѣйшіе кланшоты. Удары внизъ шара дѣлаются большею частью съ цѣлью

измѣнить уголъ, подѣ которымъ долженъ отойти вашъ шаръ, — о чемъ подробнѣе будетъ сказано ниже; но вѣрное чувство надлежащей силы удара лежитъ въ рукахъ и можетъ быть приобрѣтено только навыкомъ. Легкій и сильный ударъ — самый лучший.

#### УДАРЪ БОКОВОЙ.

Ударъ кіемъ ниже центра и въ бокъ требуетъ много ловкости и навыка : онъ легко даетъ киксъ. Тутъ особенно нуженъ твердый ударъ. Боковые удары умножили разнообразіе билій до безконечности, и дали возможность совершенно по произволу управлять движеніями шаровъ. Въ знаніи этихъ-то ударовъ и въ точности ихъ исполненія заключается истинное искусство бильярднаго игрока. — Безъ умѣнья дѣлать боковые удары въ наше время нельзя возвыситься надъ посредственностью въ бильярдной игрѣ. За

то эти удары чрезвычайно трудны и требуют огромной практики; выучившись ихъ дѣлать, надо еще выучиться примѣнять ихъ къ достиженію предполагаемой цѣли. Руководство къ познанію тѣхъ законовъ движенія, которые управляютъ шарами въ слѣдствіе боковыхъ ударовъ, читатель найдетъ въ теоретической части этого сочиненія. Но рассчитывая эти законы, игрокъ долженъ принимать въ соображеніе данныя во время игры условія: упругость бортовъ, величину бильярда, тонкость сукна, вѣсъ шаровъ, степень твердости кожанной наставки на кій.

Здѣсь мы предлагаемъ нѣсколько практическихъ правилъ для этого рода ударовъ. Начинаящій очень часто дѣлаетъ киксы при ударѣ въ бокъ шара. Во избѣжаніе этого надо обращать вниманіе, чтобы въ рукѣ не происходило сотрясенія въ мгновеніе удара, отъ чего кій естественно скользитъ по боку шара. При

этомъ ударѣ въ особенности важно, чтобы плечо оставалось въ совершенномъ покоѣ. Удача зависитъ отъ движенія руки, и мгновеннаго отведенія кія, какъ при ударѣ внизъ шара. Боковой ударъ заставляеть шаръ вертѣться на косвенной оси, и слѣдствія его оказываются при второмъ толчкѣ о бортъ ясиѣе, нежели при первомъ. Это происходитъ отъ того, что шаръ имѣеть два движенія: поступательное и вращательное, и если первое слабѣеть, то второе выказывается тѣмъ съ большею ясностью. Простому игроку нерѣдко случается дивиться собственному удару, когда шаръ его отходитъ отъ втораго и третьяго борта по совершенно неожиданному направленію и съ неожиданною скоростью; а хорошій игрокъ, знающій законы движенія шаровъ на бильярдѣ, сдѣлаеть этотъ же самый ударъ съ умысломъ. Цѣль боковаго удара не только измѣнить направленіе шара

послѣ отраженія отъ борта, но и придать ему быстрѣйшее движеніе : ударивши шаръ съ средней силой, но въ бокъ, вы заставите его пробѣжать гораздо большее пространство, нежели ударивши его гораздо сильнѣе, но въ центръ. Этимъ способомъ теперь безъ особеннаго усилія заставляютъ шаръ коснуться борта разъ пять или шесть и сдѣлать потомъ карамболь, — что прежде предполагало у игрока руку Геркулеса.

#### УДАРЪ ВВЕРХЪ ШАРА.

Если вы хотите заставить вашъ шаръ не отойти отъ другаго шара назадъ, но бѣжать за нимъ дальше, то должны взять его выше центра, и притомъ сдѣлать ударъ кіемъ не острый, какъ при клапшtosѣ, а вольный, протянутый, что называется — съ подходомъ. При томъ тутъ вовсе не для чего брать своего шара очень высоко. Эта манера ведетъ только

къ киксамъ. Если вы хотите въ то же время заставить вашъ шаръ удариться извѣстнымъ способомъ о бортъ, то не берите его для этого въ самый верхъ и при томъ въ бокъ, — это почти невозможно; вы достигнете той же цѣли, взявши его только немного выше центра.

Есть случаи (особенно если шары стоятъ на одной линіи), когда нельзя сдѣлать карамболь, не перепрыгнувши шаромъ черезъ шаръ. Для этого надо приподнять руку, и ударить шаръ въ голову короткимъ ударомъ, какъ-будто кольнуть его. Многіе даютъ этотъ ударъ слишкомъ сильно, такъ, что шаръ выскакиваетъ за бортъ; его можно однакоже заставить прыгнуть и среднимъ ударомъ, лишь бы умѣть хорошо кольнуть. При навыкѣ можно вмѣстѣ съ тѣмъ заставить его отразиться отъ борта съ слѣдствіями боковаго удара, и дѣлать такимъ образомъ самые дивные карамболи.

Шары стоятъ иногда такъ, что невозможно взять своего шара внизъ, съ цѣлью заставить его отойти назадъ. Тогда вы можете достигнуть этой же цѣли иначе : дайте вашему шару почти отвѣсный острый ударъ по сию сторону верхней его точки : если шары не далеко одинъ отъ другаго , вы безъ особеннаго усилія заставите вашъ шаръ откатиться на всю длину бильярда. Этимъ же ударомъ заставляютъ шаръ пробѣжать известное пространство и воротиться назадъ, не коснувшись борта или другаго шара.

#### УДАРЪ ВЪ ШАРА ПРИ БОРТѢ.

Если вашъ шаръ ударилъ по другому, стоящему у самаго борта , то на этотъ второй шаръ подѣйствуютъ двѣ силы: ударъ вашего шара и отраженіе борта. Последнее онъ естественно передастъ вашему шару, который и отойдетъ по болѣе или менѣе прямой линіи, смотря по углу, подъ которымъ ударилъ другаго

шара. Желая при этихъ условіяхъ заставить свой шаръ отойти назадъ, можно ударить его съ небольшою силой; а чтобы придать быстроты его обратному движенію, надо взять его внизъ. Если же напротивъ того дать ему сильный ударъ по верхъ центра, то онъ по причинѣ отраженія борта отойдетъ назадъ на извѣстное пространство, но потомъ воротится и ударится въ тотъ же бортъ.

Слѣдствія боковаго удара, даннаго кіемъ, всегда измѣняются обратно отъ этого рода столкновенія, также какъ и отъ *contre-coup*. Слѣдовательно, если вы хотите, чтобы вашъ шаръ отошелъ влѣво, и должны взять его вправо, и на оборотъ.

#### CONTRE-COUP.

Такъ называется встрѣча двухъ шаровъ, бѣгущихъ по разнымъ направленіямъ. Его часто стараются произвести



нарочно, для достиженія извѣстныхъ карамболей. Если шаръ близко отъ лузы, особенно угольной, то часто случается, что его можно сдѣлать посредствомъ *contre-coup*. Такой шаръ можетъ считаться за дублетъ, съ тою только разницею, что онъ отскочилъ въ лузу отъ шара, а не отъ борта. Чтобы выполнить этотъ ударъ съ успѣхомъ, должно своего шара взять вверхъ и дать ему легкій ударъ; если же другой шаръ стоитъ совершенно у борта, то своего должно взять внизъ. Эти билин требуютъ большой точности расчета: предузнать именно ту точку, въ которой шары столкнутся, не легко. Дѣлать умышленный *contre-coup* хорошо только въ томъ случаѣ, когда вы почти увѣрены въ успѣхѣ; при неудачѣ, шаръ вашъ остается близъ лузы, и вы сдѣлали подставку.

Указавши на слѣдствія разныхъ родовъ удара кіемъ и давши практическія

наставленія къ ихъ выполнению , перейдемъ теперь къ изложенію физическихъ законовъ движенія и столкновенія тѣлъ. Знаніе этихъ законовъ необходимо для всякаго кто хочетъ сдѣлаться первокласснымъ игрокомъ на бильярдѣ.

---

## II. ЧАСТЬ ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ.



### 1) О ДВИЖЕНІИ ВООБЩЕ.

Движеніе каждаго тѣла совершается съ извѣстною *скоростью* и въ извѣстномъ *направленіи*.

*Скорость* движенія зависитъ отъ *силы*, двинувшей тѣло, и отъ *массы* (вѣса) этого тѣла. Чѣмъ больше сила, которая заставляетъ тѣло двигаться, тѣмъ скорѣе оно движется; и чѣмъ больше масса самаго тѣла, тѣмъ оно движется медленнѣе. Напримѣръ: положимъ, что вы толкнули шаръ, вѣсомъ въ 2 фунта, съ такою силою, что онъ пробѣжалъ въ одну секунду 3 аршина; — если вы толкнете его *вдвое* сильнѣе, то онъ пробѣжитъ въ

одну секунду *6 аршинъ*; и если вы толкнете съ одинакою силою два шара, изъ которыхъ въ одномъ *вѣсу одинъ фунтъ*, а въ другомъ *два*, то первый пробѣжитъ въ секунду *вдвое* дальше.

Изъ этого слѣдуетъ, что движущая сила равна произведенію массы тѣла на его скорость. Такъ, наприм., въ первомъ примѣрѣ *2 фукта* пробѣжали въ секунду *3 аршина*; слѣдовательно *двинувшая ихъ сила* была равна  $2 \times 3 = 6$ ; во второмъ примѣрѣ *тѣже два фунта* пробѣжали въ секунду *шесть аршинъ*, слѣдовательно *двинувшая ихъ сила* была равна  $2 \times 6 = 12$ ; т. е. вдвое больше первой.

*Направленіе* движенія бываетъ или *прямое* или *криволинейное*.

Тѣло движется *прямо*, когда его *двинула одна сила*, или и *нѣсколько силъ въ одно время*, не *измѣняющихъ послѣ того своихъ между собою отношеній*. Что касается до *дѣйствія одной силы*, то оно

такъ понятно, что объ немъ распростра-  
няться нечего. Если же на тѣло подѣй-  
ствовали нѣсколько силъ разомъ, то  
спрашивается, куда и какъ скоро дви-  
нется тѣло?

Вотъ законъ, по которому движется  
тѣло, когда на него дѣйствуютъ нѣ-  
сколько силъ:

Положимъ, что на тѣло А (фиг. 1)  
дѣйствуютъ двѣ силы: одна заставляеть  
его двинуться въ секунду до точки В, а  
другая, тоже въ секунду, до точки С.  
Въ такомъ случаѣ тѣло А не пойдетъ ни  
по направленію къ В, ни по направленію  
къ С, а передвинется въ секунду по ли-  
ніи до точки D, которая находится все-  
гда тамъ, гдѣ пересѣкается линія BD,  
паралельная AC, съ линіею CD, паралель-  
ною АВ.

На основаніи этого закона легко опре-  
дѣлить, куда двинется тѣло, если на  
него дѣйствуетъ и болѣе двухъ силъ.

Положимъ наиримѣрь, (фиг. 2) что на тѣло А, дѣйствуютъ три силы: одна движетъ его къ В, другая къ С, третья къ D.

Тогда, проведши линіи ВЕ и СЕ, мы получимъ линію АЕ по которой тѣло пойдетъ отъ дѣйствія силъ АВ и АС. Другими словами, мы свели двѣ силы на одну, и такъ какъ остается третья, АД, то и ея можно свести на одну съ полученною АЕ. Эта общая сила будетъ АЕ, и слѣдовательно тѣло А, движется отъ дѣйствія всѣхъ трехъ силъ, къ Е. Такимъ образомъ, соединяя по двѣ силы въ одну, мы можемъ свести въ одну всякое число силъ, дѣйствующихъ на тѣло.

Такое прямолинейное движеніе происходитъ, какъ мы уже сказали, въ томъ случаѣ, когда силы, однажды по дѣйствовавшіе на тѣло, не измѣняются по томъ своего другъ къ другу отношенія: но если это отношеніе нарушится, если, наиримѣрь, одна изъ нихъ ослабѣетъ

сравнительно съ другою, то тѣло пойдетъ по *дугообразной* или *ломаной* линіи.

Если на тѣло А (фиг. 3) дѣйствуютъ двѣ силы, изъ которыхъ одна заставляетъ его двигаться къ С, а другая, въ такой же промежутокъ времени, къ D, то тѣло пройдетъ въ эту единицу времени до В, и потомъ должно бы идти по направлению къ Е. Но положимъ что въ точкѣ В, сила АС осталась таже, и заставляетъ тѣло двигаться къ Н, а сила АД увеличилась, такъ, что заставляетъ тѣло пройти въ ту же единицу времени не ВF, равное АД, но ВG; тогда тѣло измѣнитъ свое первоначальное направление и пойдетъ уже по линіи VI.

Такимъ образомъ, если отношеніе движущихъ силъ будетъ измѣняться безпрестанно, въ каждой точкѣ, то тѣло опишетъ *кривую* линію.

## 2. О СТОЛКНОВЕНІИ ИЛИ УДАРѢ.

Предварительно мы должны замѣтить, что ударъ можетъ быть *прямою* или *косой*, что столкнувшіяся тѣла могутъ быть *упругія* и не *упругія*, что одно изъ нихъ можетъ быть достигнуто другимъ во время *покоя*, и что если оба они столкнулись въ движеніи, то это могло произойти отъ *встрѣчи* ихъ или отъ того, что одно *натало* другое.

Всѣ эти условія измѣняютъ движенія тѣлъ послѣ удара.

*Прямымъ* ударомъ называется тотъ, при которомъ линія движенія проходятъ прямо чрезъ центры тяжести обоихъ тѣлъ; напимѣръ: если шаръ А (фиг. 4) движется по направленію линіи CD, которая проходитъ сквозъ центры тяжести двухъ шаровъ А и В, (въ шарахъ они же и центры фигуры), то ударъ называется *прямымъ*. Если же эта линія движенія не



проходить сквозь оба центра, какъ напр. при движеніи шара А отъ Е къ F, то ударъ называется *косымъ*.

#### А. СЛѢДСТВІЯ ПРЯМОГО УДАРА.

Такъ какъ явленія, происходящія отъ удара, зависятъ еще отъ *упругости* или *неупругости* тѣлъ, то мы и должны разсматривать порознь слѣдствія удара тѣлъ упругихъ и неупругихъ.

*Неупругими* тѣлами называются тѣ, которые, будучи измѣнены въ своей формѣ вѣншею силою, не стремятся возстановить ее, когда вѣншняя сила перестаетъ на нихъ дѣйствовать. Такъ напр. свинцовый или восковой шаръ, крѣпко ударившись о твердую плоскость, сплюснется, и останется сплюснутымъ, тогда какъ резиновый мячикъ, сплюснувшись, опять сдѣлается послѣ того круглымъ. Эти свойства производятъ, какъ будетъ показано ниже, большую разницу въ дви-

женіи упругихъ и не упругихъ тѣлъ послѣ толчка. Слѣдуетъ только замѣтить, что *совершенно* упругихъ и *совершенно* неупругихъ тѣлъ въ природѣ не существуетъ, хотя многіе и подходятъ очень близко къ степени совершенства этихъ свойствъ. Теорія же, разсматривая явленія движенія тѣлъ, предполагаетъ ихъ *совершенно* упругими или неупругими. Что касается до приложенія этой теоріи къ бильярдной игрѣ, то она почти права въ своемъ предположеніи, потому что шары изъ слоновой кости одарены почти совершенною упругостью, и всѣ выводы теоріи вполнѣ осуществляются на бильярдѣ.

1) прямой ударъ тѣлъ неупругихъ.

1) Положимъ, что два шара, А и В, движутся въ одну сторону; но А движется скорѣе и нагоняетъ В. Когда онъ его нагонитъ, то скорость шара А есте-

ственно должна уменьшиться, потому что онъ встрѣтилъ препятствіе, а скорость шара В увеличится, потому что его толкаетъ нагнавшій шаръ. Они начнутъ другъ друга давить; но это давленіе скоро прекратится, и шары побѣгутъ дальше съ одинаковою общею скоростью. Эта общая скорость будетъ равняться *суммѣ движущихъ шары силъ, раздѣленной на сумму ихъ массъ*. Полючимъ это примѣрами:

1) Положимъ что шаръ А, вѣсомъ въ 8 фунтовъ, двигался со скоростью 6-ти аршинъ въ секунду, нагналъ другой шаръ В, вѣсомъ въ 4 фунта, двигавшійся по той же линіи и въ томъ же направленіи со скоростью 3-хъ аршинъ въ секунду.

Столкнувшись, они будутъ двигаться дальше уже не по три и не по шести аршинъ въ секунду; но по скольку же именно? разочтемъ:

Движ. сила шара В равна  $3 \times 4 = 12$

Движ. сила шара А равна  $6 \times 8 = 48$

Сумма обонхъ силъ  $= 60$

Масса шара А равна 8

— — В — 4

Сумма массъ  $= 12$

Раздѣливши 60 на 12, получимъ общую скорость движенія послѣ столкновенія шаровъ, именно 5 аршинъ въ секунду.

2) Положимъ, что тѣже самые шары встрѣтились, двигаясь съ тѣми же скоростями по совершенно противоположнымъ направленіямъ.

Тогда *общая скорость ихъ будетъ равняться разности движущихъ ихъ силъ, раздѣленной на сумму ихъ массъ. И притомъ движеніе будетъ продолжаться по направленію большей силы.*

Сдѣлаемъ расчетъ:

Движ. сила шара В равна  $3 \times 4 = 12$

Движ. сила шара А равна  $6 \times 8 = 48$

Разность  $\underline{\hspace{1.5cm}} = 36$

Масса шара А = 8

— — В = 4

$\underline{\hspace{1.5cm}}$   
Сумма = 12

Раздѣливши 36 на 12, получимъ общую скорость обоихъ шаровъ = 3 аршина въ секунду; т. е., сбѣжавшись, въ первую секунду, одинъ за три, а другой за шесть аршинъ, они отодвинутся во вторую секунду на 3 аршина по направлению большей силы, т. е. въ ту сторону въ которую двигался шаръ А.

3) Положимъ, что шаръ В находился въ покоѣ, когда его толкнулъ шаръ А, пробѣгая въ секунду 6 аршинъ.

Тогда, чтобы получить *общую* скорость обоихъ шаровъ, надо только раздѣлить движущую силу шара А (сила шара В

равняется нулю) на сумму ихъ массъ.  
Именно :

Сила шара А равна  $6 \times 8 = 48$

Сумма обоихъ шаровъ  $8 + 4 = 12$

Раздѣливши 48 на 12, получимъ общую скорость 4 аршина въ секунду; т. е. послѣ толчка оба шара подвигнутся въ секунду на 4 аршина по направленію шара А.

4) Если два шара одинаковой массы встрѣтятся въ противоположномъ направленіи, движимые одинаковыми силами, то вовсе перестаютъ двигаться.

Положимъ, что два шара, каждый по 2 фунта вѣсу, столкнулись со скоростью 3 арш. въ секунду. Тогда *разность* ихъ силъ  $6 - 6$ , будетъ равна *нулю*; и если раздѣлить ее на сумму массъ  $= 4$ , то для общей скорости опять получится *нуль*; т. е. они перестанутъ двигаться.

Это можетъ случиться и при *разныхъ* массахъ шаровъ, если только и *скорость*

ихъ движенія не одинакова, такъ что движущія силы выходятъ равны.

Положимъ напр. что шаръ А, въ 8 фунтовъ, двигаясь со скоростью 3-хъ аршинъ въ секунду, встрѣтился съ шаромъ В, въ 4 фунта, движущимся по 6 аршинъ въ секунду.

Тогда сила шара А будетъ  $3 \times 8 = 24$

Сила шара В —  $4 \times 6 = 24$

разность силъ  $\underline{\underline{= 0}}$

Слѣдовательно и общая скорость, т. е. 0, раздѣленный на сумму массъ ( $= 12$ ), будетъ равна нулю.

Еще, если масса тѣла, находящагося въ покоѣ, будетъ чрезвычайно велика въ сравненіи съ массою движущагося тѣла, то общая скорость ихъ движенія выйдетъ такъ мала, что ее можно считать за нуль.

Положимъ наприм., что шаръ А, въ 2 фунта вѣсу, двигаясь по три аршина въ секунду, ударился въ шаръ В, вѣсомъ

въ 6000 фунтовъ, находившійся въ покоѣ. Тогда общая ихъ скорость будетъ равняться силѣ шара А,  $2 \times 3 = 6$ , разделенной на сумму массъ, т. е. на 6002, что составитъ меньше одной линіи.

## 2) прямой ударъ тѣлъ упругихъ.

Упругими тѣлами называются тѣ, которые, будучи сжаты виѣшнею силою, стремятся возстановить свою прежнюю форму, и возстановляютъ ее, когда прекратится дѣйствіе виѣшной сжимающей силы. Если сжать напр. резиновый мячикъ, то онъ тотчасъ же принимаетъ прежній видъ шара, какъ только сжатіе прекратится; по этому резина есть тѣло упругое.

Когда упругое тѣло (фиг. 5) ударится о неподвижную твердую плоскость въ перпендикулярномъ къ ней направленіи, то перпендикулярный поперечникъ тѣла,



DE, сдвѣается короче, а параллельный съ плоскостью, FG, длиннѣе, точно также, какъ если бы вы рукою прижали это тѣло къ плоскости. Это происходитъ отъ того, что сила, заставлявшая тѣло двигаться отъ С къ Е, не исчезаетъ мгновенно, когда тѣло встрѣтитъ въ плоскости препятствіе для дальнѣйшаго движенія. Эта сила будетъ еще нѣсколько времени тѣснить всѣ частицы тѣла по направленію отъ С къ Е; тогда, естественно, частицы у точки D подадутся къ Е, а частицы у точки Е не подадутся дальше, потому что этому препятствуетъ плоскость. Слѣдовательно разстояніе отъ D до Е уменьшится, и тѣло очевидно должно раздаться въ стороны, т. е. разстояніе отъ F до G увеличится.

Это сжиманіе тѣла продолжается до тѣхъ поръ, пока не исчезла въ немъ сила, заставлявшая его двигаться отъ С къ Е: но мало по малу она слабѣетъ, и

наконецъ вовсе исчезаетъ. Тогда упругое сжатое тѣло начинаетъ возстановлять свою прежнюю фигуру; и, какъ сжавшая его сила исчезла постепенно, такъ и фигура начинаетъ возстановляться съ тою же поспѣшностью, сперва тише, потомъ скорѣе; частицы, которыя послѣ встрѣчи тѣла съ плоскостью продолжали двигаться по направленію СЕ все тише и тише, пока наконецъ это движеніе не прекратилось вовсе, — начинаютъ, при возстановленіи фигуры тѣла, двигаться обратно отъ Е къ С, и при томъ все скорѣе и скорѣе, такъ что въ то мгновеніе, когда тѣло приметъ опять первоначальную фигуру, частицы его двинутся отъ Е къ С съ такою же скоростью, съ какою двигались отъ С къ Е въ минуту столкновенія съ плоскостью. Тѣло, естественно, отскочитъ отъ плоскости и пойдетъ обратно. Это называется *отраженіемъ*.

Разсмотримъ теперь разныя явленія при прямомъ ударѣ упругихъ тѣлъ.

1) Положимъ, что упругій шаръ А, вѣсомъ въ 8 фунтовъ, пробѣгая 6 аршинъ въ секунду, нагналъ шаръ В, вѣсомъ въ 4 фунта, пробѣгавшій въ секунду 3 аршина.

Мы уже знаемъ, что если бы эти шары были неупруги (стр. 29), то они продолжали бы двигаться по направленію большей силы, со скоростью 5-ти аршинъ въ секунду. Шары, столкнувшись, сожмутся, и пока еще не дѣйствуетъ упругость, будутъ повиноваться закону движенія тѣлъ *неупругихъ*. Слѣдовательно они должны двигаться въ это мгновеніе вмѣстѣ по 5 аршинъ въ секунду, т. е. А потеряетъ 1 арш. своей скорости, а В приобрететъ 2 арш. скорости. Но когда начнетъ дѣйствовать упругость, шары, усиливаясь принять свою первоначальную фигуру, будутъ другъ друга отталкивать;

движеніе шара В ускорится, потому что А начнетъ тѣснить его въ ту сторону куда онъ и безъ того уже движется, а движеніе шара А замедлится, потому что В будетъ отталкивать его въ противоположную его движенію сторону. Мы уже знаемъ, что фигура тѣла восстанавливается съ тою же силою и быстротою, съ которою была нарушена; стало быть и въ настоящемъ случаѣ упругость произведетъ такое дѣйствіе, какъ будто столкновеніе шаровъ повторилось еще разъ, т. е. шаръ А потеряетъ еще единицу своей скорости, а шаръ В приобрѣтетъ еще двѣ единицы.

И такъ шаръ А, двигавшійся сначала *по 6 арш.* въ секунду, потерялъ 1 арш. скорости при ударѣ объ шаръ В, и пошелъ въ общей съ нимъ скорости *по 5 арш.* въ секунду; а потомъ, отъ дѣйствія упругости, потеряетъ еще 1 арш. и слѣ-

довательно будетъ продолжать движеніе по 4 арш. въ секунду.

Шаръ В, двигавшійся сначала по 3 арш. въ секунду, приобрѣлъ отъ толчка шара А 2 арш. скорости и пошелъ съ шмъ по 5 арш. въ секунду; отъ дѣйствія упругости онъ приобрѣтетъ еще 2 арш. скорости, и побѣжитъ по 7 арш. въ секунду.

Слѣдовательно, вообще, при настиженіи одного эластическаго тѣла другимъ, скорость каждаго изъ нихъ послѣ толчка будетъ равняться *общей скорости ихъ, взятой вдвое и уменьшенной вычетомъ первоначальной скорости шара.*

Такъ напр. здѣсь, для шара А:

$$\text{Общая скорость} = 5$$

$$\text{Взятая вдвое} = 10$$

Изъ 10 вычешь первоначальную скорость А = 6, останется 4, скорость, съ которою А будетъ двигаться послѣ толчка.

Для В, изъ тѣхъ же 10 надо вычесть 3, и тогда получится скорость его послѣ толчка = 7 арш. въ секунду.

2) Если нагнавшій шаръ равенъ масою настигнутому, то послѣ толчка оба шара будутъ продолжать двигаться въ одну сторону обмѣнявшись скоростями. Наприм. шаръ А, въ 2 фунта, пробѣгаетъ 5 арш. въ секунду и нагоняетъ шаръ В, тоже въ 2 фунта вѣсомъ, пробѣгающій 3 арш. въ секунду. Тогда, на основаніи уже изложеннаго закона (стр. 38), шаръ А будетъ двигаться со скоростью 3, а шаръ В со скоростью 5 арш. въ секунду т. е. они обмѣняются скоростями.

3) Если движущія силы упругихъ тѣлъ, стремящихся прямо одно противъ другаго, равны, то тѣла эти, столкнувшись, отскочатъ обратно по тѣмъ же линіямъ и съ тѣми же скоростями, съ которыми сбѣжались. Если наприм. шаръ А, въ 2 фунта вѣсу, пробѣгалъ 4 арш. въ секунду

(то есть повинуюсь движущей силѣ  $8 = 2 \times 4$ ), столкнулся съ шаромъ В, въ 4 фунта вѣсу, но пробѣгающимъ только 2 арш. въ секунду, слѣдовательно движимымъ такимъ же количествомъ силы  $8 = 4 \times 2$ , то они и разбѣгутся въ противоположныя стороны, — шаръ А со скоростью 4 арш., а шаръ В 2 аршинъ въ секунду.

Тоже самое произойдетъ, если два одинакихъ шара сбѣгутся съ одинаковою скоростью.

4) Если два шара одинаковой массы столкнутся съ разными скоростями, то разбѣгутся обратно помѣнявшисъ скоростями. Напр. если шаръ А и шаръ В, оба по 2 фунта вѣсу, сбѣжались вмѣстѣ, причемъ А бѣжалъ со скоростью 3 аршинъ въ секунду, а В со скоростью 6 аршинъ въ секунду; то послѣ толчка А побѣжитъ назадъ со скоростью 6-ти, а В со скоростью 3 аршинъ въ секунду.

5) Если одно тѣло, А, находится въ покоѣ, а другое, одинаковой съ нимъ массы, В, объ него ударится, то В останется на мѣстѣ безъ движенія, а А пойдетъ по тому же направленію и съ тою же скоростью, съ которою двигалось до встрѣчи тѣло В. По этому ежели поставить рядъ шаровъ В, С, D, Е, (фиг. 6) по прямой линіи, такъ, чтобы они касались другъ друга, и ударить въ первый шаръ В шаромъ А, то шары А, В, С, D, останутся на мѣстѣ, а послѣдній Е побѣжитъ съ тою же скоростью, съ которою бѣжалъ шаръ А.

6) Если шаръ В въ покоѣ, а масса ударяющаго шара А не равна массѣ В, то скорость шара А послѣ удара будетъ равняться *первоначальной его скорости, помноженной на его массу за вычетомъ массы В, и раздѣленной на ихъ сумму.* А скорость шара В  $\equiv$  *первоначальной скорости шара А, помноженной на вдвое взл-*



тую массу А, и раздѣленной на сумму массъ.

Изъ этого выходитъ, что если масса ударяющаго шара А больше массы находящагося въ покоѣ В, то А будетъ продолжать свое движеніе по первоначальному направленію, а скорость, сообщенная В, будетъ больше скорости А.

Положимъ, напримѣръ, что шаръ А, въ 2 фунта вѣсу, ударяется о шаръ В, въ 1 фунтъ вѣсомъ, со скоростью 3 арш. въ секунду: скорость А послѣ удара будетъ равна начальной скорости его  $= 3$ , помноженной на его массу за вычетомъ массы В ( $= 2 - 1 = 1$ ), и раздѣленной на сумму массъ ( $= 2 + 1 = 3$ ),

$$\text{то есть } \frac{3 \times 1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

А скорость В будетъ равна начальной скорости А  $= 3$ , помноженной на массу А, взятую вдвое  $= 2 \times 2 = 4$ , и раздѣленной на сумму массъ  $= 3$ ,

$$\text{то есть } \frac{3 \times 4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Если же масса А меньше массы В, то А отскочитъ назадъ, а скорость, сообщенная В, будетъ меньше первоначальной скорости А. Напримѣръ шаръ А, въ 1 фунтъ, двигаясь со скоростью 3 арш. въ секунду, толкнулъ шаръ В, въ 2 фун. Тогда скорость А послѣ удара будетъ равна: начальной его скорости = 3, помноженной на его массу за вычетомъ массы В = 1 — 2 = — 1, и раздѣленной на сумму массъ = 3.

$$\text{То есть } \frac{3 \times -1}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

А скорость В будетъ равна начальной скорости А = 3, помноженной на дважды взятую массу А = 2, и раздѣленной на сумму массъ = 3.

$$\text{То есть } \frac{3 \times 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

И такъ въ семъ послѣднемъ случаѣ А получитъ *отрицательную* скорость единицы, то есть отскочитъ въ секунду на аршинъ *назадъ*, а В получитъ положи-

тельную скорость 2, то есть пойдёт по направлению первоначальнаго движешія А со скоростью 2 арш. въ секунду.

### В. СЛѢДСТВІЯ КОСВЕННОГО УДАРА.

Изъ опредѣленія прямаго удара (стр. 25) мы уже знаемъ, что такое ударъ косвенный. Разсмотримъ его слѣдствія.

#### 1) КОСВЕННЫЙ УДАРЪ ТѢЛЪ НЕУПРУГИХЪ.

1) Если шаръ А, (фиг. 7) вѣсомъ въ 3 фунта, движется по направленію къ точкѣ Х со скоростью 4 арш. въ секунду, и столкнется съ шаромъ В, вѣсомъ въ 2 фунта, движущимся по направленію къ точкѣ У, со скоростью 5 арш. въ секунду, то можно принять, что въ мгновеніе удара шаръ А находится въ покоѣ.

Тогда общая скорость шаровъ будетъ  $\frac{10}{6} = 2$  арш. въ секунду (А D), а направленіе движенія отъ В къ У; по движущая сила А уноситъ его въ ту же смѣ-

ницу времени на четыре аршина къ Х (А С); слѣдовательно оно пройдетъ въ секунду линію отъ А до F.

2) Если неупругое тѣло ударилось вкось о твердую плоскость ВС въ точкѣ N, (фиг. 8) пробѣжавши въ секунду отъ D до N, то мы можемъ предположить, что въ точкѣ D на него дѣйствовали двѣ силы: одна, заставлявшая его двинуться въ секунду отъ D до С, прямо противъ плоскости, и другая, заставлявшая его подвинуться въ ту же секунду параллельно съ плоскостью, отъ D до E.

Во время встрѣчи съ плоскостью на тѣло дѣйствуютъ тѣже силы: одна, равная DC, понуждаетъ его двигаться отъ N къ F, а другая, равная DE, отъ N къ B. Но сила NF, прямо противоположная, естественно уничтожится отъ противодѣйствія плоскости, и слѣдовательно тѣло, повинувшись уже одной силѣ, подвинется въ слѣдующую секунду отъ N къ B.

2) косою ударъ тѣлъ упругихъ.

1) Возьмемъ тотъ же примѣръ косога удара о твердую плоскость (фиг. 8), предположивши только ударившееся тѣло упругимъ. Въ мгновеніе удара сила  $DC$  уничтожится отъ сопротивленія плоскости, и частицы тѣла сдавятся по направленію линіи  $EF$ ; но упругость тѣла, возстапавлиа фигуру его, заставитъ эти частицы двигаться обратно отъ  $F$  къ  $E$  съ силою, равною силѣ  $DC$ , но только дѣйствующею обратно. Слѣдовательно въ точкѣ  $N$  на тѣло  $A$  будутъ дѣйствовать двѣ силы: одна,  $DE$ , оставшаяся неизмѣненною, заставитъ его идти отъ  $N$  къ  $B$ , а другая, тоже неизмѣнившаяся въ величинѣ, т. е. равная силѣ  $DC$ , но дѣйствующая въ обратномъ направленіи, заставитъ его двигаться отъ  $N$  къ  $E$ . Слѣдовательно тѣло пройдетъ въ слѣдующую секунду по діагонали отъ  $N$  къ  $G$ .

2) Положимъ что шаръ А, (фиг. 9) въ 4 фунта вѣсу, пробѣгая въ секунду 5 аршинъ отъ А до С, ударился о неподвижный шаръ В, вѣсомъ въ 2 фунта.

Чтобы узнать послѣдствія этого удара, проведемъ сквозь центры обоихъ шаровъ и точку ихъ соприкосновенія неопредѣленную прямою линію DE; потомъ разложимъ силу AC на двѣ: на силу AF, параллельную съ DE, и силу AG, ей прямо противную. Скорость первой будетъ 3 ар., а второй 4 аршина въ секунду. Сила FC ( $=AG$ ) неизмѣнится при столкновеніи, слѣдовательно будетъ увлекать шаръ А въ слѣдующую секунду отъ С до II, равное FC. Но по линіи GC ( $=AF$ ) произойдутъ слѣдствія прямого удара. При настоящихъ условіяхъ шаръ А долженъ двигаться въ слѣдствіе прямого удара по тому же направленію DE, со скоростью 1 арш. въ секунду (см. стр. 41) Положимъ, что линія CJ равна этому

пространству. Тогда, соединивши двѣ силы,  $СН$  и  $СJ$ , дѣйствующія на шаръ  $A$ , мы увидимъ, что  $A$  будетъ двигаться послѣ удара по направленію отъ  $C$  къ  $K$ .

Если бы масса шара  $A$  была меньше массы  $B$ , напримѣръ въ 2 фунта противъ четырехъ, то въ слѣдствіе прямаго толчка въ точкѣ  $C$  шаръ  $A$  долженъ бы отскочить назадъ по линіи  $CD$ , со скоростью 1 арш. въ секунду. И тогда, если положить  $CL$  равнымъ 1 аршину, то шаръ  $A$  долженъ послѣ толчка пробѣжать въ секунду діагональ  $CM$ .

Если массы обонхъ шаровъ равны, тогда сила  $DC$  во время толчка уничтожается въ шарѣ  $A$  и передается вся шару  $B$ . Шаръ  $A$  пойдетъ, движимый уже только силою  $FC$ , по направленію къ  $H$ .

Что же касается до шара  $B$ , то онъ во всѣхъ трехъ случаяхъ пойдетъ по направленію линіи, проведенной отъ точки соприкосновенія шаровъ къ его центру,

то есть по линіи ВЕ. Скорость же его движенія будетъ зависѣть, какъ уже извѣстно, отъ содержанія массъ шаровъ и скорости DC.

Изъ этого слѣдуетъ: 1) если массы шаровъ равны, то они расходятся послѣ толчка подъ прямымъ угломъ. 2) Если масса ударяющаго шара больше, то шары расходятся подъ острымъ угломъ. 3) Если его масса меньше, то они расходятся подъ тупымъ угломъ.

3) Положимъ, что шаръ А, (фиг. 10) двигаясь отъ А къ D по 2 арш. въ секунду ( $= AC$ ), столкнулся съ шаромъ В, одинаковой съ нимъ массы, двигавшимся отъ В къ Е, со скоростью 3 аршинъ въ секунду ( $= BF$ ).

Чтобы узнать послѣдствія этой встрѣчи, проведемъ сквозь центры шаровъ и точку ихъ соприкосновенія прямую линію GH, и разложимъ силы AC и BF на другія, параллельныя и противополож-



ныя линіи GH; именно: силу AC на AI и AK, а силу BF на BL и BM. Тогда окажется, что силы AI и BL, какъ параллельныя, неизмѣнятся, и что сила AI заставитъ шаръ A пройти изъ точки C въ секунду до N, а сила BL двинетъ шаръ B изъ точки F въ одну секунду до O. Остается раземотрѣть, какое измѣненіе въ движеніи шаровъ произойдетъ отъ прямого удара при встрѣчѣ силъ LF и IC. Мы уже знаемъ (стр. 40), что при встрѣчѣ двухъ шаровъ одинаковой массы, но не одинаковой быстроты, они разбѣгаются по тѣмъ же линіямъ, помѣнявшисъ скоростями движенія. Стало быть шаръ A, двигавшійся со скоростью IC, поидетъ назадъ по той же линіи со скоростью шара B, т. е.  $IF = CP$ ; а шаръ B поидетъ назадъ со скоростью шара A, т. е.  $IC = FQ$ . Соединивши силы CP и CN, дѣйствующія на шаръ A въ точкѣ C, въ одну силу, мы увидимъ, что онъ пройдетъ

въ секунду по діагонали отъ С къ R. А шаръ В, въ слѣдствіе такого же соединенія силъ FQ и FO, пойдётъ по діагонали FS.

### 3) О ДВИЖЕНІИ ШАРОВЪ НА БИЛЬЯРДѢ.

Излагая законы движенія и столкновенія, мы предполагали тѣла движущимися въ свободномъ пространствѣ. Но на бильярдѣ явленія гораздо сложнѣе по причинѣ вмѣшательства тренія о сукно и вращательнаго движенія шаровъ, сообщаемаго имъ ударомъ кія.

Такъ, напримѣръ, ударивши бѣлымъ шаромъ въ краснаго по прямой линіи, должно бы ожидать, что бѣлый мгновенно остановится притолчкѣ, а красный побѣжитъ по его направленію съ его же скоростью. На бильярдѣ оказывается однако же большею частью другое: бѣлый шаръ продолжаетъ еще нѣсколько

времени бѣжать за краснымъ. Это происходитъ отъ тренія о сукно, которое заставляетъ бѣлый шаръ вертѣться около своей горизонтальной оси впередъ, т. е. въ ту же сторону, въ которую погналъ его ударъ кія. Въ минуту столкновенія, сила, сообщенная ему кіемъ, переходитъ вся къ красному, но вращательная сила, происшедшая отъ тренія о сукно, продолжаетъ еще дѣйствовать на бѣлый и онъ катится еще нѣсколько времени въ ту же сторону.

Изъ этого видно, что *движеніе вашего шара послѣ прямого удара зависитъ единственно отъ вращательнаго его движенія.*

Основываясь на этой истинѣ, можно давать своему шару какое угодно направленіе послѣ толчка.

1) Если вы хотите, чтобы онъ остановился на мѣстѣ столкновенія, и шары другъ отъ друга не далеко, толкните его сильно и немного ниже центра, такъ

чтобы онъ скользя по сукну, не получая вращательнаго движенія. Ударъ ниже центра естественно заставляетъ шаръ вертѣться въ сторону противную его поступательному движенію, т. е. къ игроку, а треніе о сукно пробуждаетъ въ немъ вращательную силу въ одну сторону съ движеніемъ поступательнымъ, т. е. прочь отъ игрока. Все искусство состоитъ слѣдовательно въ умѣньи соразмѣрить эти двѣ силы такъ, чтобы онѣ другъ друга уничтожили; тогда шаръ вашъ, повинуясь только прямому удару кія, остановится на мѣстѣ столкновенія съ другимъ шаромъ.

2) Если вы хотите, чтобы онъ бѣжалъ за нимъ какъ можно дольше, ударьте его *выше* центра. Тогда, кромѣ вращательнаго движенія впередъ, сообщаемаго треніемъ о сукно, шаръ получитъ такое же движеніе и отъ кія.

3) Если вы хотите, чтобы вашъ шаръ

отошелъ назадъ , ударьте его *ниже* центра, но такъ, чтобы обратное вращательное движеніе, сообщенное ему этимъ ударомъ кія, было сильнѣе вращательнаго прямаго, которое пробуждается въ немъ треніемъ. Тогда толкнувшись о другой шаръ, онъ передастъ ему всю поступательную силу и повинувась одной обратной вращательной откатится къ вамъ назадъ.

Прежде нежели приступимъ къ дальнейшему изложенію законовъ движенія шаровъ на бильярдѣ мы должны сдѣлать опредѣленіе нѣсколькихъ терминовъ.

- 1) *Точкою опоры* называется та точка шара, которая касается сукна, и гдѣ происходитъ треніе между сукномъ и шаромъ.
- 2) *Верхняя точка* — ея противоположная.
- 3) *Верхній центръ удара* — точка на вертикальной оси шара, разстояніемъ на  $\frac{2}{3}$  радіуса вверхъ отъ центра.
- 4) *Нижній центръ удара* точка на той же

оси, на  $\frac{2}{8}$  радіуса внизъ отъ центра. 5) *Ось* — линія вокругъ которой вертится шаръ. 6) *Скорость круговащенія точки опоры* — скорость, съ которою точка опоры движется вокругъ центра вслѣдствіе вращательной силы шара, предполагая центръ его неподвижнымъ. 7) *Скользящее состояніе шара* — когда точка опоры не имѣетъ никакого вращательнаго движенія. 8) *Конечное движеніе шара* — когда шаръ катится по сукну просто, не скользя, безъ всякаго тренія. Тогда скорость круговащенія точки опоры равна и прямо противоположна скорости перемѣщенія центра. 9) *Окончательное направленіе шара* — то, которому онъ слѣдуетъ въ конечномъ движеніи. 10) *Перемѣнное состояніе* — то, когда шаръ не перешелъ еще въ конечное движеніе, слѣдовательно точка опоры скользитъ и производитъ треніе. Въ это время скорости поступательнаго и вращатель-

наго движенія измѣняются чрезвычайно быстро, стремясь слиться въ одно.

1) о криволинейномъ движеніи  
шара.

Если шаръ получилъ такое движеніе, что ось круговращенія лежитъ въ косвенномъ направленіи къ линіи движенія центра, то онъ описываетъ, по причинѣ тренія сукна на точку его опоры, кривую линію, именно параболу.

Положимъ, что шаръ движется по линіи АВ (фиг. 11), (которая здѣсь изображаетъ и направленіе и скорость перемѣщенія центра шара), и въ тоже время вращается около оси отъ G къ F, при чемъ AG изображаетъ скорость круговращенія точки опоры, а AF равную по противоположную ей скорость круговращенія верхней точки шара. Тогда треніе будетъ оттягивать шаръ отъ линіи АВ въ сторону по направленію линіи BF, а ось кру-

говращенія  $CD$  будетъ мало по малу перемѣнять свое положеніе отъ  $C$  къ  $E$  и отъ  $D$  къ  $K$ , пока не сольется съ линіею движеніе центра. Эти вліянія заставятъ шаръ описать кривую линію, параболу  $AL$ ; когда же вращательное движеніе сольется въ направленіи своемъ и уравниется съ поступательнымъ въ точкѣ  $L$ , то шаръ покатится по прямой линіи  $LV$ , безъ тренія т. е. придетъ въ конечное движеніе.

Направленіе этой линіи конечнаго движенія отыскивается слѣдующимъ образомъ: если взять на линіи  $AG$  линію  $AI$ , равнуюся  $\frac{2}{3} AG$ , то эта линія будетъ обозначать скорость движенія нижняго центра удара, и линія, проведенная отъ точки  $I$  къ точкѣ  $B$  будетъ параллельна съ конечнымъ движеніемъ шара, которое начнется съ точки  $L$ , гдѣ шаръ перестаетъ описывать кривую ли-



нію, потому что поступательное движеніе уравняется съ вращательнымъ.

2) о горизонтальномъ ударѣ кія.

Замѣтимъ предварительно, что *линією удара* кія называется линія, проведенная сквозь точку соприкосновенія кія съ шаромъ по направленію движенія кія, которое предполагается всегда совпадающимъ съ осью его фигуры.

*Вертикальною же плоскостью удара* называется вертикальная плоскость, поставленная на линіи удара.

Если линія удара не проходитъ чрезъ центръ шара, (лишь бы только не сдѣлать кикса) первоначальное направленіе шара независитъ отъ тренія между кіемъ и шаромъ, но единственно отъ удара кія, пли, точнѣе, отъ линіи удара кіемъ. На шарѣ есть однако же черта, за которою треніе уже не можетъ помѣшать кію скользнуть по шару во время удара. Эта

черта будетъ гораздо ближе къ центру или даже и вовсе уничтожится, если конецъ кія сдѣлаетъ маленькое движеніе въ сторону. Крайняя точка, въ которую можно, не дѣлая кикса, ударить кіемъ съ кожанымъ наконечникомъ, хорошо натертымъ мѣломъ, —  $\frac{7}{10}$  радіуса отъ центра шара.

Когда *линія удара горизонтальна* или когда *вертикальная плоскость удара* проходитъ черезъ центръ, шаръ всегда поидетъ по прямой линіи. Стоитъ только держать кіи параллельно доскѣ бильярда, то куда бы ни толкнуть шаръ, онъ всегда поидетъ прямо по линіи удара.

Это движеніе по прямой линіи начинается обыкновенно переменнымъ движеніемъ, которое сдѣлается однообразнымъ только при *конечномъ движеніи*.

Переменное движеніе замедляется, если линія удара идетъ подъ горизонтальною плоскостью проведенною черезъ

центр удара. Если линия удара лежит на этой плоскости, шаръ тотчасъ переходитъ въ конечное движеніе. Если же она выше этой плоскости, то перемѣнное движеніе будетъ ускорено. Но это почти не случается въ обыкновенной игрѣ, потому что для этого надобно бы ударить въ точку слишкомъ близкую къ той, за которую начинается уже киксъ.

Чтобы произвести самое быстрое обращеніе шара вокругъ вертикальной оси, должно ударить его на разстояніи полрадіуса отъ центра; а чтобы получить возможно бѣльшую скорость при конечномъ движеніи, или и въ то время, когда шаръ еще скользитъ, надо ударить его на  $\frac{1}{6}$  радиуса выше центра.

Если линия удара лежитъ на горизонтальной плоскости, проходящей черезъ центръ шара, шаръ начнетъ скользить съ самаго начала своего движенія, и никогда не вертится около оси обратно. Если

линія удара идетъ выше этой плоскости, вращательное движеніе шара всегда бываетъ прямое, впередъ, и шаръ никогда не скользитъ.

Переменное движеніе вашего шара послѣ удара о другой шаръ или о бортъ зависитъ всего болѣе отъ вращательнаго движенія его во время удара. Смотря по тому, скользятъ ли шаръ, вертится ли прямо или обратно, или находится въ конечномъ движеніи, послѣдствія очень различны. Важно слѣдовательно узнать на какой точкѣ своего прямолинейнаго движенія шаръ скользитъ, потому что до этой точки онъ вертится *обратно* а за ней *прямо*. Должно также узнать и точку, съ которой начинается конечное движеніе. Точка, на которой шаръ *скользитъ*, есть та самая, въ которой онъ теряетъ способность откатываться назадъ, ударивши другой шаръ; и шаръ вашъ всего долѣе сохранить способность отка-

тываться, ударивши другою не очень косо, если вы ударите его на четверть радиуса ниже центра.

Если ваша цѣль не отдавить на возможно далекое разстояніе эту точку, гдѣ шаръ теряетъ способность откатываться, но усилить до возможной степени эту способность вблизи, ударьте шаръ какъ можно ниже, не дѣлая кикса. Однако же есть граница этой изменности удара. Конечъ кія, ударивши въ шаръ, не долженъ касаться его и производить треніе; иначе это треніе тотчасъ же уничтожитъ обратное круговращеніе. Кіи долженъ быть отодвинутъ назадъ въ тоже мгновеніе, и съ этимъ условіемъ шаръ обыкновенно нельзя ударить ниже  $\frac{6}{10}$  радиуса отъ центра.

Впрочемъ, кіемъ полегче (въ  $2\frac{1}{2}$  раза тяжеле шара), при свободномъ положеніи его въ кисти, можно спуститься даже до  $\frac{7}{10}$  радиуса отъ центра, но это уже

крайняя точка. Если кий тяжеле, не такъ упругъ, или, что все равно, если игрокъ держитъ его въ рукѣ твердо и отводитъ назадъ не довольно быстро, обратное круговращеніе будетъ уничтожено и при ударѣ въ высшія точки.

Шаръ пройдетъ наибольшее разстояніе до той точки, гдѣ переходитъ въ конечное движеніе, если ударить его ниже центра на  $\frac{1}{10}$  радіуса.

### 3) о наклонномъ ударѣ кия.

Если держать кий въ наклонномъ положеніи, но ударить шаръ такъ, чтобы вертикальная плоскость удара проходила черезъ центръ, шаръ всегда пойдетъ по прямой линіи, съ изложенными уже обстоятельствоми. Только ударъ шара въ сукно замедляетъ въ этомъ случаѣ скорость его движенія, и увеличиваетъ прямое или уменьшаетъ обратное круговращеніе. Чтобы кий не продолжалъ касать-

ся шара послѣ удара, линія удара должна быть въ этомъ случаѣ удалена отъ центра меньше, нежели при горизонтальномъ ударѣ.

Если линія удара наклонна, но вертикальная плоскость его не проходитъ чрезъ центръ, то шаръ, съ переменнымъ движеніемъ, опишетъ сперва часть параболы, и, перешедши потомъ въ конечное движеніе, пойдетъ по направленію касательной линіи этой параболы.

Направленіе этой послѣдней линіи несколько не зависитъ отъ величины тренія между сукномъ и шаромъ. Отыскивается же она вотъ какимъ способомъ: *№* 1 и *№* 2 (фиг. 12) изображаютъ одинъ и тотъ же шаръ: *№* 1 если смотрѣть на него съ боку, а *№* 2 сверху. Линіи АВ и А'В' означаютъ направленіе одного и того же удара, вертикальная плоскость котораго не проходитъ сквозь центръ шара. Если продолжить эту ли-

нію мысленно до того мѣста, гдѣ она упирается въ сукно, — до точки В на чертежѣ № 1, или до точки В' на чертежѣ № 2, и соединишь эту точку съ точкою опоры С посредствомъ прямой линіи, то эта линія, СВ'D, будетъ параллельна съ линіею конечнаго движенія шара, а величина кривой линіи СL будетъ зависѣть отъ величины тренія между сукномъ и шаромъ, такъ же какъ и отъ силы удара.

И такъ, если шаръ ударить не горизонтально, и не такъ, чтобы вертикальная плоскость удара проходила сквозь центръ, шаръ опишетъ кривую линію, отклоняясь отъ направленія удара въ ту сторону, съ которой его ударили; конечное же движеніе его будетъ параллельно линіи, проведенной отъ точки опоры къ точкѣ, гдѣ линія удара упирается въ сукно.



#### 4. ОДВИЖЕНІИ ШАРА ПОСЛѢ ПЕРВАГО ИЛИ ВТОРАГО УДАРА О ДРУГОЙ ШАРЪ.

Трѣніе между двумя шарами во время ихъ встрѣчи очень незначительно; оно сообщаетъ только около  $\frac{3}{100}$  количества движенія, рождающагося при ударѣ. Это трѣніе только тогда можетъ оказать чувствительное вліяніе на конечное направленіе шара игрока, когда ударъ шара о шаръ былъ прямой или почти прямой, и если кій ударилъ въ бокъ, т. е. если вертикальная плоскость удара не прошла черезъ центръ. Что касается до другаго шара, то трѣніе во время толчка никогда не оказываетъ чувствительнаго вліянія на его движеніе. По этому мы будемъ разсматривать движенія шаровъ, не принимая въ соображеніе трѣнія при толкѣ.

Вотъ какъ находится линія колечнаго движенія вашего шара послѣ встрѣчи съ другимъ шаромъ. Положимъ, что шаръ

вашъ бѣжитъ съ обратнымъ круговращеніемъ. Линія AD (фиг. 13) изображаетъ быстроту перемѣщенія центра, линія AF быстроту круговращенія верхней точки шара, а линія AH скорость нижняго центра удара. Линія AB означаетъ направление и скорость движенія центра послѣ встрѣчи съ другимъ шаромъ, если бы вашъ шаръ не имѣлъ вращательнаго движенія, т. е. эта линія составляетъ прямой уголъ съ линією, проведенною сквозь центры обоихъ шаровъ и точку ихъ соприкосновенія. Получивши эти линіи, проведемъ чрезъ точки ABD кругъ. Линія NB всегда будетъ параллельна конечному движенію вашего шара, который, описавши дугу AL, пойдетъ подъ конецъ по прямой линіи LV. А точка T, на половинѣ дуги ATB, означаетъ точку, въ которую ударилъ вашъ шаръ, — принимая кругъ ABD за горизонтальный разрѣзъ другаго шара.

Изъ этого можно сдѣлать слѣдующіе выводы :

1) Чѣмъ сильнѣе *обратное* вращательное движеніе, при той же быстротѣ поступательнаго, тѣмъ больше выйдетъ разстояніе между точками А и Н, тѣмъ острѣе будетъ уголъ АНВ, и тѣмъ больше слѣдовательно уклонится линія LV отъ линіи АВ, т. е. тѣмъ ближе шаръ вашъ отойдетъ къ вамъ.

2) Чѣмъ быстрѣе поступательное движеніе, при той же силѣ обратнаго вращательнаго, тѣмъ больше будетъ разстояніе АД, а слѣдовательно и АВ. Тогда линія НВ образуетъ съ линіею АН менѣе острый уголъ, и слѣдовательно линія LV будетъ меньше уклонена отъ линіи АВ, т. е. шаръ вашъ отойдетъ отъ васъ больше въ сторону.

3) Чѣмъ ближе будетъ точка Т къ точкѣ А, т. е. чѣмъ примѣе будетъ ударъ одного шара о другой, тѣмъ короче слѣ-

лается линия АВ, и слѣдовательно тѣмъ острѣе выйдетъ уголъ АНВ, тѣмъ ближе отойдетъ шаръ вашъ къ вамъ.

Если же вращательное движеніе шара будетъ *прямое*, то точка Н будетъ лежать по сю сторону шара, какъ на фиг. 14, и тогда оказывается, что

4) Чѣмъ сильнѣе *прямое* вращательное движеніе шара, тѣмъ больше растояніе точки Н отъ точки А, тѣмъ острѣе уголъ АНВ, и тѣмъ далѣе уклоняется линія конечнаго движенія шара LV, отъ линіи АВ, т. е. тѣмъ прямѣе поидетъ вашъ шаръ послѣ удара дальше.

5) Чѣмъ быстрѣе поступательное движеніе центра, тѣмъ больше линія AD, а слѣдовательно и АВ, тѣмъ тупѣе уголъ АНВ. и тѣмъ меньше уклоняется линія LV отъ АВ.

6) Чѣмъ ближе точка Т къ точкѣ А, т. е. чѣмъ прямѣе ударъ, тѣмъ ближе линія LV къ линіи AD, т. е. тѣмъ пря-

мѣе пойдетъ вамъ шаръ послѣ удара  
дальше.

Если шаръ вашъ толкнулъ другаго во  
время своего конечнаго движенія (фиг.  
14), то скорость движенія центра, AD,  
равняется скорости круговращенія верх-  
ней точки, AF, и они совершаются въ одну  
сторону; а нижній центръ удара дви-  
жется наоборотъ, отъ A къ H. Линія HB  
будетъ параллельна съ LV, линіею ко-  
нечнаго движенія вашего шара, и, будучи  
на этомъ рисункѣ касательною къ кругу  
ABD, показываетъ возможно далекое от-  
клоненіе вашего шара отъ первоначаль-  
ной линіи его движенія AD, послѣ толчка  
во время конечнаго движенія, именно  
 $33^{\circ} 44'$ . Вы заставите вашъ шаръ укло-  
ниться на это разстояніе, направивши  
центръ его почти въ самый край другаго  
шара, чтобы онъ ударилъ въ точку на  
 $27^{\circ} 6'$  отъ точки A.

Положимъ, что вашъ шаръ (фиг. 15),

двигался по направлению  $AD$  ( $AD$  означает вмѣстѣ съ тѣмъ и скорость перемѣщенія центра), и имѣлъ *прямое* вращательное движеніе, при чемъ быстрота круговращенія верхней точки  $= AF$ , а быстрота нижняго центра удара  $= AN$ , толкнулъ другой шаръ въ такой точкѣ, которая соотвѣтствуетъ точкѣ  $T$ , если кругъ  $ATD$  принять за горизонтальный разрѣзъ этого шара, и, послѣ того, толкнулъ въ очень близкомъ разстояніи другой шаръ въ точку, отстоящую отъ линіи прямого удара на разстояніе дуги  $AT'$  на кругѣ  $AT'B$ ; линія  $NB$  всегда изобразитъ конечное направленіе вашего шара —  $LV$ . Явленіе здѣсь совершенно тоже, что и въ предидущихъ примѣрахъ, потому что отношеніе между силами  $AB'$ ,  $AF$  и  $AN$  не успѣло еще измѣниться во время краткаго перехода отъ одного шара къ другому.

Если взять половину линіи  $AD$  (фиг.

16), обозначающей скорость перемѣщенія центра, за поперечникъ круга  $ABC$ , и прокатить по окружности этого круга другой, такой же величины,  $B'V$ , то точка, которой этотъ второй кругъ касался перваго при началѣ своего движенія, опишетъ, при дальнѣйшемъ движеніи его, эпициклоиду  $AB'DB''$ , а касательныя линіи  $HB'$  и  $HB''$ , проведенныя къ этой эпициклоидѣ изъ точки  $H$  ( $AH$ , какъ уже извѣстно, означаетъ движеніе нижняго центра удара), покажутъ для даннаго содержанія скоростей  $AD$  и  $AH$  возможно дальнѣйшее отклоненіе вашего шара послѣ втораго удара, предполагая разстояніе шаровъ очень близкимъ. При конечномъ движеніи шара игрока, т. е. когда вращательная скорость верхней точки равна скорости перемѣщенія центра  $AD$ , это отклоненіе не превосходитъ  $51^{\circ}34'$ .

Если разстояніе между вашимъ шаромъ и тѣмъ, въ который онъ ударился

послѣ удара о первый шаръ, такъ велико, что отношеніе вращальнаго движенія къ поступательному успѣло во время перехода измѣниться, то конечное направленіе его послѣ втораго удара отыскивается слѣдующимъ образомъ. Положимъ, что шаръ вашъ, послѣ перваго удара, имѣлъ поступательное движеніе центра АВ (фиг. 17), движеніе нижняго центра удара АИ, и вращательное верхней точки АГ. Но отношеніе этихъ движеній измѣнилось во время перехода ко второму шару такъ, что въ минуту соприкосновенія съ нимъ сила АВ измѣнилась въ АВ', АИ въ АИ', и АГ въ АГ'. Тогда, очертивши кругъ на поперечникѣ АВ', возьмемъ на немъ точку Т, удаленную отъ точки А на столько градусовъ, на сколько точка соприкосновенія со вторымъ шаромъ удалена отъ точки прямого удара; АВ'', хорда дуги АТВ'' вдвое большей противъ дуги АТ будетъ озна-



чать направленіе , по которому пошелъ бы вашъ шаръ отъ втораго толчка , если бы не имѣлъ вращательнаго движенія , а линія  $Н'В''$  укажетъ конечной направленіе его при вращательномъ движеніи, послѣ удара о второй шаръ. Шаръ вашъ, описавши сначала дугу  $AL$ , поидетъ по направленію  $LV$ .

Въ поясненіе сказаннаго прибавляемъ здѣсь чертежи 18, 19 и 20, изображающіе слѣдствія столкновенія вашего шара со вторымъ шаромъ въ то время, когда онъ описываетъ еще дугу, отразившись отъ перваго. Въ этихъ чертежахъ принято, что кій ударилъ горизонтально ниже центра, что шары стояли близко, и что ударъ въ первый шаръ пришелся въ четверть прямаго угла по правую сторону, такъ, что отскочивши отъ перваго шара, вашъ шаръ описываетъ кривую линію  $НН'П''П'''$  на черт. 20 — Въ черт. 18 предполагается, что вашъ шаръ встрѣ-

тился съ другимъ , находясь во время кривого пути своего въ точкѣ Н'; въ чертежѣ 19 — въ точкѣ П'', а въ чертежѣ 20 въ точкѣ П''', т. е. въ минуту перехода въ конечное движеніе. Линіи подѣ *№* 1, 2, 3, 1', 2', 3', 0, 4, на всѣхъ трехъ чертежахъ , изображаютъ направленія , по которымъ отойдетъ вашъ шаръ отъ втораго шара , смотря по углу , подѣ которымъ онъ его толкнулъ , какъ видно на черт. 21. Линіи подѣ 0 всѣ прямыя , и предполагаютъ прямой ударъ въ шара 0 на черт. 21. Линіи подѣ *№* 4 суть продолженія той же кривой линіи , которую шаръ вашъ описывалъ до толчка ; тутъ предполагается , что шаръ рѣзнулъ шара подѣ прямымъ угломъ , какъ видно на *№* 4 въ черт. 21. Прочіе номера линіи соответствуютъ номерамъ шаровъ на черт. 21 , гдѣ *№* 1 показываетъ ударъ на четверть прямого угла отъ прямого удара , *№* 2 на половину , и *№*

З на три четверти. № № 1', 2', 3' тоже самое по другую сторону.

Хотя треніе между шарами почти нечувствительно, есть однакоже случаи, гдѣ надо обращать на него вниманіе, именно когда ударъ почти прямой и когда шаръ игрока ударяетъ очень незадолго до перехода въ скользящее состояніе, или вскорѣ послѣ того, т. е. когда скорость вращательнаго движенія почти ничтожна и когда шаръ терлетъ слѣдовательно отъ толчка почти всю свою поступательную силу.

Не входя въ подробности, скажемъ вообще, что какого бы рода ни было вращательное движеніе, треніе между шарами всегда уменьшаетъ вліяніе его на конечное движеніе шара. Слѣдовательно, если вращательное движеніе *прямое*, то шаръ вѣшь отойдетъ отъ другаго подъ *большимъ* угломъ, нежели отошелъ бы

безъ тренія, а если оно *обратное*, то подъ *меньшимъ*.

5) ДВИЖЕНІЯ ШАРА ПОСЛѢ ПЕРВАГО И  
ВТОРАГО УДАРА О БОРТЬ.

Предположимъ, что шаръ получилъ горизонтальный ударъ кіемъ. Пусть ХУ (фиг. 22) будетъ линія, проведенная черезъ центръ шара параллельно съ бортомъ; AD направленіе и скорость движенія центра; AH скорость движенія нижняго центра удара; AF скорость круговращенія верхней точки.

Вотъ какъ находится конечное направленіе шара послѣ удара о бортъ: проведемъ изъ точки D линію DOB, перпендикулярную къ АУ; OB равно силѣ отраженія, сообщаемой бортомъ шару въ замѣнъ утраченной имъ силы OD, именно  $0,55 OD$  (\*). Направленіе центра шара

---

(\*) Это количество есть выводъ изъ наблюденій надъ силою отраженія очель многихъ бортовъ.

шло бы послѣ толчка о бортъ отъ А къ В, безъ вращательнаго движенія; но при вращательномъ движеніи конечное направленіе шара должно быть, какъ намъ уже извѣстно, параллельно линіи, проведенной отъ Н къ В; треніе о бортъ измѣняетъ однакоже это направленіе. Величина этого тренія, какъ доказали многочисленныя опыты, равняется  $\frac{1}{6}$  DB, и вотъ какъ находится измѣненіе, производимое въ конечномъ направленіи шара его вліяніемъ: возьмемъ  $\frac{1}{6}$  DB, равную силѣ тренія, и отодвинемъ на это разстояніе точку В къ В''. Направленіе же линіи ВВ'' опредѣляется вотъ какъ: опустимъ изъ точки F перпендикуляръ FK на линію DO; потомъ возьмемъ на линіи АУ величину AC, равную скорости горизонтальнаго движенія точекъ на горизонтальномъ экваторѣ шара. Эта величина AC должна быть отмѣрена въ ту сторону отъ А, въ которую шаръ получилъ ударъ

отъ кія, т. е., на этомъ чертежѣ, въ сторону къ  $Y$ , если кіи ударилъ въ правый бокъ шара, или въ сторону къ  $X$ , если онъ ударилъ въ лѣвый бокъ. Линія  $KC$  будетъ параллельна тому направленію, по которому должно перенести  $B$  въ  $B''$ . Наконецъ, соединивши  $H$  съ  $B''$ , вы получите линію, параллельную окончательному направленію шара послѣ удара о бортъ, именно направленію  $LV$ .

Если вы хотите опредѣлить слѣдствія удара о второй бортъ, то должны обратить вниманіе на величину горизонтальнаго круговращенія точекъ на горизонтальномъ экваторѣ послѣ удара о первый бортъ. Треніе при этомъ ударѣ увеличитъ или уменьшитъ его на величину  $BB'$  ( $BB'$  параллельно съ бортомъ, а  $B'V''$  перпендикулярно къ нему), т. е. точку  $C$  надо перенести на разстояніе  $BB'$ , по направленію отъ  $B'$  къ  $B$ , и тогда вмѣстѣ  $AC$  получится  $AC'$ . На черт. 22 треніе

увеличило горизонтальное круговращение, а на черт. 23, гдѣ предполагается, что кій ударилъ въ лѣвый бокъ шара, и слѣдовательно АС надо было взять въ сторону X, а не къ Y, точка С, перенесенная на разстояніе В'В, по направленію отъ В' къ В, уменьшила величину АС въ АС', слѣдовательно на столько же уменьшилось и горизонтальное круговращение.

Если ударъ о бортъ приходится во время конечнаго движенія шара, то точка К сливается съ точкою D, и АН дѣлается равнымъ  $\frac{2}{3}$  AD. Такъ напр., если бы ударъ, изображенный на черт. 22, пришелся во время конечнаго движенія шара, то круговращеніе верхней точки AF было бы равно поступательному движенію центра AD; точка F, а слѣдовательно и точка К слилась бы съ точкою D, а разстояніе АН, составляющее теперь  $\frac{2}{3}$  AF, увеличилось бы соразмѣрно увеличе-

нію  $AF$ , и сдѣлалось бы равнымъ  $\frac{2}{8} AD$ ; линія  $IV''$  сдѣлалась бы параллельнѣе къ борду, и шаръ отошелъ бы къ нему ближе.

Если же ударъ о бортъ пришелся во время конечнаго движенія шара, и вмѣстѣ съ тѣмъ вертикальная плоскость удара кіемъ проходила сквозь центръ шара, въ какомъ случаѣ вовсе не будетъ горизонтальнаго круговращенія, т. е.  $AC$  будетъ равно нулю, тогда точка  $C$  совпадаетъ съ точкою  $A$ , и линія  $КС$  будетъ та же, что и линія  $DA$ . Это измѣненіе перемѣняетъ только направленіе, но не величину линіи  $VB''$ .

Если ударъ о бортъ придется во время обратнаго круговращенія шара, тогда точка  $И$  (черт. 24) будетъ лежать за бильярдомъ, а точка  $F$  на блярьдѣ, что очевидно лѣляетъ линію  $IV''$  перпендикулярнѣе къ борту. Точка  $K$  найдется по тому же правилу, какъ и прежде, опу-



стивши изъ F перпендикуляръ FK на продолженную DB.

Если шаръ ударилъ въ бортъ вскорѣ послѣ удара о другой шаръ, такъ что не успѣлъ еще перейти въ конечное движеніе (фиг. 25), то силы AD, AF и AH образуютъ между собою уголъ во время удара. Тогда для отысканія конечнаго направленія шара должно поступить по тѣмъ же правиламъ : опустить перпендикуляръ FK, и т. д.

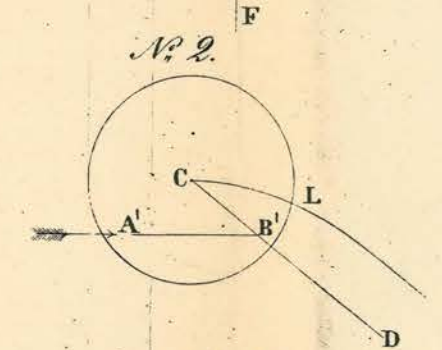
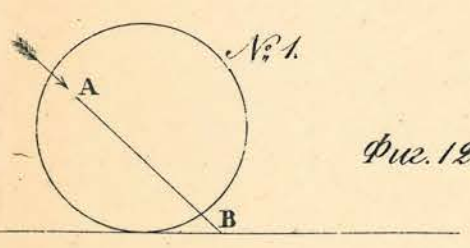
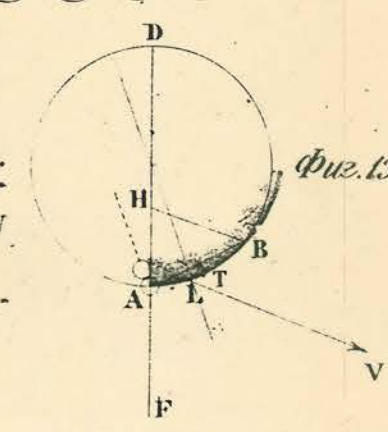
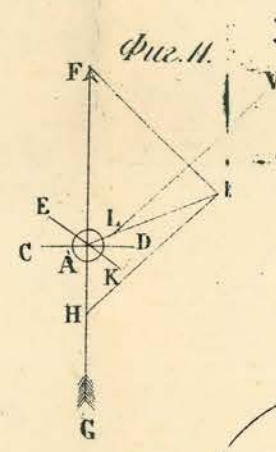
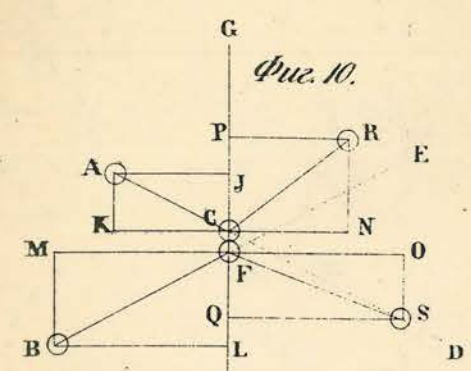
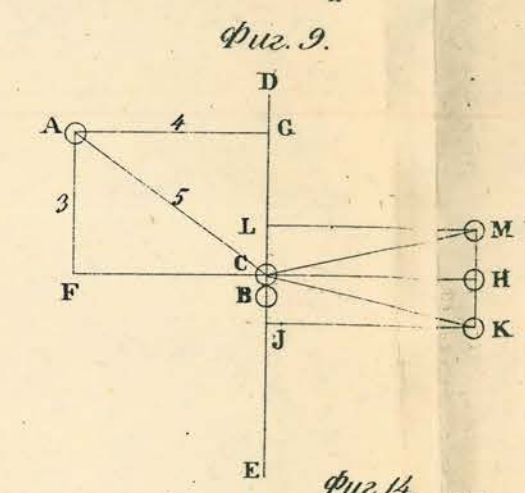
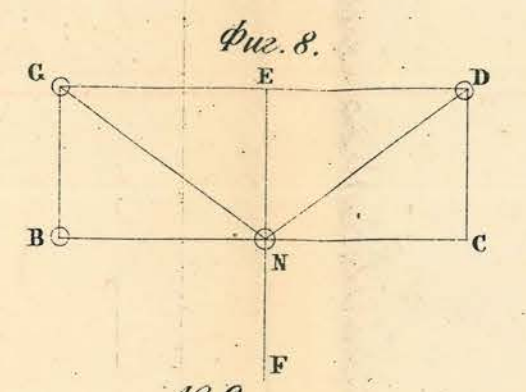
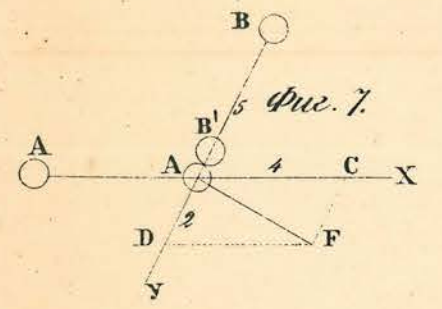
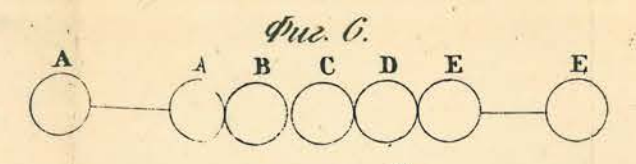
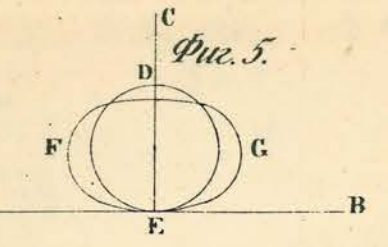
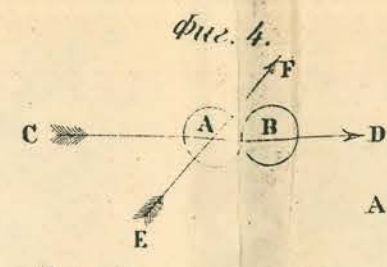
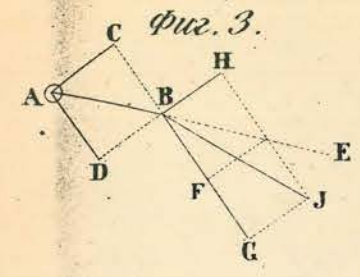
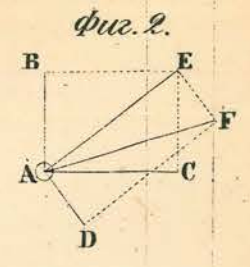
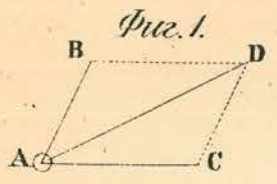
На этомъ рисункѣ линія конечнаго движенія довольно близко прилегаетъ къ борту. Очевидно, что чѣмъ сильнѣе будетъ вращательное движеніе шара, тѣмъ больше будутъ линіи AF и AH, тѣмъ параллельнѣе съ бортомъ выйдетъ линія HB'', такъ что даже, если бы здѣсь, напр. AH было втрое больше, то точка H отстояла бы отъ борта гораздо дальше точки B'', и слѣдовательно линія HB'' упиралась бы наконецъ въ бортъ. Тогда и

параллельная съ нею линия  $LV$  пересѣкала бы бортъ, такъ что точка  $L$  лежала бы на бильярдѣ, а точка  $V$  за бильярдомъ, и шаръ, отскочивши отъ борта, описалъ бы дугу  $AL$  и снова ударился бы въ тотъ же бортъ. Слѣдуетъ только замѣтить, что такъ какъ съ увеличеніемъ  $AN$ , увеличивается и  $AF$ , то увеличивается и  $KO$ , а линія  $KC$  дѣлается отложе. По этому, для того, чтобы шаръ вторично ударился о бортъ, описавши дугу, должно увеличиться не только  $AN$ , но и  $AC$ , дабы  $BB''$ , отнесенное по направленію  $KC$ , не уклонилось слишкомъ отъ борта, что уменьшаетъ наклоненіе линіи  $BV''$  къ бильярду. Тутъ предполагается слѣдовательно, что кій ударилъ довольно высоко надъ центромъ, и притомъ въ лѣвую сторону шара.

Заключаемъ нашу теорію замѣчаніемъ, не бесполезнымъ для непривыкшаго къ геометрическимъ соображеніямъ. Да не

устрашить его кажущаяся трудность примѣненія изложенныхъ законовъ къ практикѣ. Труденъ только первый шагъ; за то онъ ведетъ къ вѣрной, сознательной игрѣ. Навыкъ расчета приобрѣтается легко, легче механической ловкости руки и вѣрности глазомѣра. Понявшему законы движенія шаровъ на бильярдѣ остается только не дѣлать ни одного удара, не разсчитывая напередъ всѣхъ его послѣдствій, — и онъ дойдетъ до той степени совершенства въ игрѣ, до которой дано ему дойти отъ природы.

К О Н Е Ц Ъ .



*Fig. 12.*

